Programme de colle n°7 (9 au 13 novembre 2026)

1 Question de cours

La question de cours sera notée sur 6 points

Les questions de cours porteront sur la fin du chapitre **"fonctions usuelles"** et sur le chapitre **"ensembles et relations binaires"**

- Donner la définition du sinus et du cosinus hyperbolique et montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \mathrm{ch}^2(x) - \mathrm{sh}^2(x) = 1$$

- Donner la définition de tangente hyperbolique, justifier qu'elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis déterminer sa dérivée en fonction de ch^2 puis de th^2
- Soient A, B et C des parties d'un ensemble E. Montrer que

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- Énoncer les deux lois de Morgan pour les ensembles et démontrer la première.
- Soit E un ensemble fini et A, B deux sous-ensembles de E. Démontrer que
  - $Card(A \backslash B) = Card(A) - Card(A \cap B)$
  - $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$

  *(On admettra que si E et F sont deux ensembles **disjoints**, alors $Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F)$)*

2 Compétences, méthodes, savoir-faire

Fonctions hyperboliques

- Connaître les caractéristiques des fonctions hyperboliques : ensemble de définition, dérivée, tableau de variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, allure de la courbe représentative.
- Résoudre des équations faisant intervenitr des fonctions hyperboliques.
- Etudier des fonctions faisant intervenir des fonctions hyperboliques.

Ensembles

E est un ensemble et A, B, C désignent des parties de E.

- Écrire un ensemble :
  - en extension,
  - en compréhension,
  - à partir de symboles spécifiques.
- Montrer qu'un ensemble A est inclus dans un ensemble B (on choisit x quelconque appartenant à A et on montre qu'il appartient à B)
- Montrer que deux ensembles sont égaux, généralement par double inclusion.
- Effectuer des opérations sur des ensembles :
  - complémentaire,
  - intersection,
  - différence,
  - réunion.
- Utiliser les propriétés de la réunion et de l'intersection :
  - distributivité,
  - commutativité,
  - lois de Morgan, etc...
- Identifier une partition.
- Dans le cas particulier où les ensembles A et B son finis, déterminer :
  - leur cardinal,
  - le cardinal de leur réunion, de leur intersection,
  - le cardinal de leur complémentaire,
  - le cardinal de leur différence,
  - le cardinal de leur produit cartésien.